

## TEST Z KVANTOVÉ A STATISTICKÉ FYZIKY

40 otázek  
čas - 125 minut

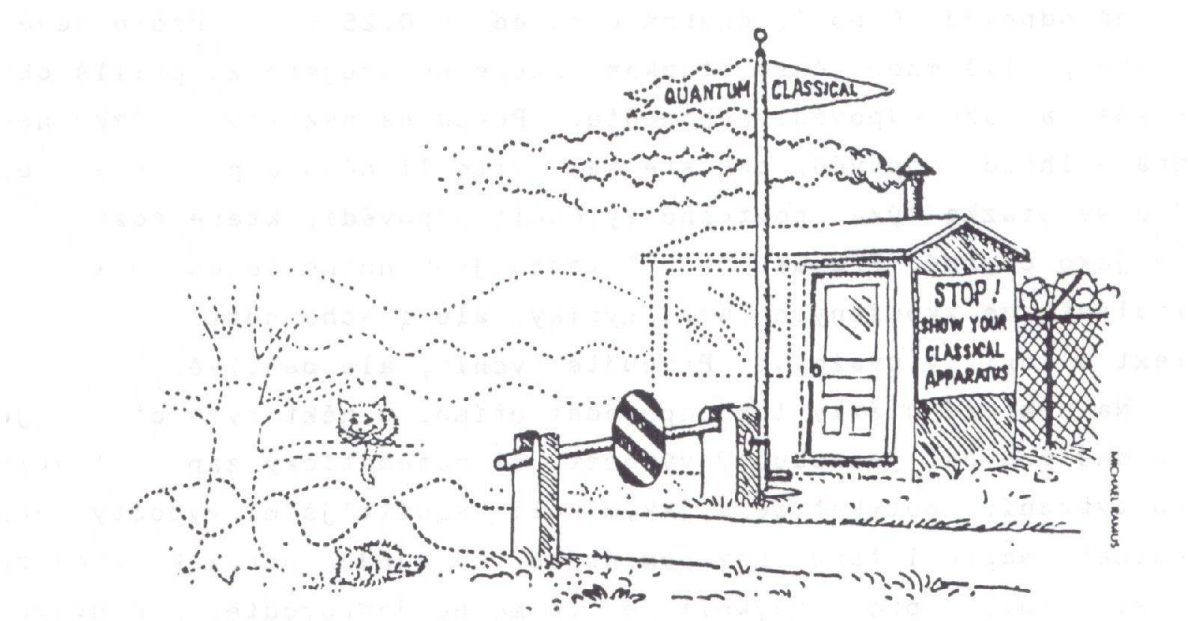
Dříve než začnete pracovat, přečtěte si pečlivě následující pokyny a informace.

**Pokyny:** U každé z otázek je navrženo pět odpovědí, z nichž vždy **právě jedna** je správná. Odpověď, kterou považujete za správnou, vyznačte předepsaným způsobem na přiloženém barevném formuláři.

Všechny otázky jsou hodnoceny stejně: správná odpověď 1 bod, žádná odpověď 0 bodů, chybná odpověď  $-0.25$  bodu. Proto nevěnujte příliš mnoho času otázkám, které považujete za příliš obtížné, a také odpovědi nehádejte. Pokud na některou otázku neznáte ihned odpověď, pokuste se, víte-li něco o problematice, jíž se otázka týká, postupně vyloučit odpovědi, které rozpoznáte jako chybné. Pro úspěch při testu jsou nutné nejen konkrétní znalosti ze zkoušených částí fyziky, ale i schopnost analyzovat text a logicky uvažovat. Pracujte rychle, ale pečlivě.

Na některé otázky lze odpovědět přímo, u některých otázek je vhodné provést jednoduchý výpočet, či matematický zápis slovního tvrzení; potýkat se s jakýmkoli složitějšími výpočty není nutné! Naproti tomu nezapomínejte, že jeden obrázek vydá za tisíc slov, a proto kdykoli je to možné doprovoděte, své uvažování o problému obrázkem.

*Při Vaší práci v následujících 125 minutách Vám přeji nejen úspěch, ale i radost z hledání správných odpovědí na, jak doufám, zajímavé a inspirativní otázky.*



Obr. 1. Vést hranici mezi kvantovou říší, v níž vládne Schrödingerova rovnice, a klasickou říší, kde vládou Newtonovy zákony, je jedním z neřešených problémů fyziky.

### TEST Z KVANTOVÉ A STATISTICKÉ FYZIKY - VARIANTA CC

Klikněte prosím na tlačítko „Start“. Na konci testu klikněte na tlačítko „Vyhodnocení“.

1. Stav částice je popsán vlnovou funkcí

$$\psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\hbar)}} \int_{-\infty}^{\infty} c(p_x) \cdot \exp \left[ -\frac{i}{\hbar} \left( \frac{p_x^2}{2m} t - p_x x \right) \right] dp_x$$

Potom jedno z níže uvedených tvrzení neplatí

Jde o volnou částici pohybující se ve směru osy  $x$ ,

Koeficienty  $c(p_x)$  lze zvolit tak, aby  $\langle (\Delta p)^2 \rangle \langle (\Delta x)^2 \rangle = 0$ ,

$|c(p_x)|^2$  udává hustotu pravděpodobnosti naměření hodnoty  $p_x$  při měření  $x$ -ové komponenty hybnosti,

Koeficienty  $c(p_x)$  lze zvolit tak, aby  $\langle (\Delta p)^2 \rangle = 0$ ,

Je-li  $c(p_x) \neq \delta(p_x - p_{x0})$ , kde  $p_{x0} \in \mathcal{R}$ , energie částice nemá ostrou hodnotu.

**2.** Částice o hmotnosti  $m$  se nachází v potenciálové jámě

$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega_0^2 x^2 + V_0\delta(x)$$

kde  $V_0 > 0$  a  $\delta(x)$  je Diracova delta funkce.  $\varphi_0(x)$ ,  $\varphi_1(x)$ ,  $\varphi_2(x)$ ... budiž vlnové funkce této částice v daném poli pořadě příslušející vlastním energiím  $E_0 < E_1 < E_2$ ... Potom platí

$$\begin{array}{ll} E_n = \hbar\omega_0(n + \frac{1}{2}) & \text{pro} \\ n = 0, 2, 4, \dots & , \end{array} \quad \begin{array}{ll} E_n = \hbar\omega_0(n + \frac{1}{2}) & \text{pro} \\ n = 1, 3, 5, \dots & , \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} E_n = \hbar\omega_0(n + \frac{1}{2}) & \text{pro} \\ n = 0, 1, 2, 3, \dots & , \end{array} \quad \begin{array}{ll} E_n = n\hbar\omega_0 & \text{pro} \\ n = 1, 3, 5, \dots & , \end{array}$$

žádné z tvrzení .

**3.** Komutátor  $\left[ \frac{d}{dx}, x \frac{d}{dx} \right]$  je roven

$$-\frac{d}{dx}, \quad \hbar, \quad 1, \quad 0, \quad \frac{d}{dx}.$$

**4.** Mikročástice v nekonečně hluboké pravoúhlé potenciálové jámě šířky  $L$  je v čase  $t = 0$  ve stavu

$$\psi(x, t = 0) = \sqrt{(30/L^5)} \cdot x(x - L)$$

Potom pro  $t > 0$  platí, že ( $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} n^2$ ,  $n \in \mathcal{N}$ , jsou možné energie částice v uvedené jámě)

pravděpodobnost naměření energie  $E_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) je periodickou funkcí času,

pravděpodobnost naměření energie  $E_1$  je rovna nule,

$$\int_0^L \psi^*(x, t)\psi(x, t)dx \quad \text{závisí na čase,}$$

hustota pravděpodobnosti nalezení částice v bodě  $x$  nezávisí na čase,

$$\psi(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \exp(-\frac{i}{\hbar} E_n t) \sin(n\pi x/L), \text{ kde } c_n = \sqrt{2/L} \int_0^L \sin(n\pi x/L) \psi(x, 0) dx.$$

**5.** Systém v tepelné rovnováze při teplotě  $T$  sestává z velkého počtu  $N_0$  ekvivalentních podsystémů, z nichž každý může být buď ve stavu s energií  $E_1$ , nebo ve stavu s energií  $E_2$ , přičemž  $E_2 - E_1 = \varepsilon > 0$ .

Pro entropii uvažovaného systému platí jedno z tvrzení.

Entropie s teplotou  $T$  neomezeně roste od nuly při  $T = 0$ ,

Entropie je dána vztahem  $N_0 k [\ln T^{5/2} - \ln p - konst]$ ,

Entropie roste od nuly při  $T = 0$  k hodnotě  $N_0 k \ln(2)$  při  $T \rightarrow \infty$ ,

Entropie klesá s rostoucí teplotou  $T$ ,

Pro entropii neplatí žádné z tvrzení.

6. Které z tvrzení o vlastních hodnotách  $\lambda_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,

$$\text{matice } f(x) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{neplatí?}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0,$$

$$\lambda_1 \lambda_2 = +1 \text{ pro jistou dvojici vlastních hodnot,}$$

$$\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_1 \lambda_3 = 0.$$

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \text{ jsou všechna reálná,}$$

$$(\lambda_i)^3 = +1 \text{ pro } i = 1, 2, 3,$$

7. Skutečnost, že energie základního stavu elektronu uvězněného v potenciálové jámě není nulová, je možné kvalitativně vysvětlit pomocí

hypotézy, že elektron má spin,

faktu, že elektron má záporný náboj,

Heisenbergovy relace neurčitosti pro souřadnici a hybnost,

faktu, že základní stav je nedegenerovaný,

principu nerozlišitelnosti mikročástic.

8. Vlnová funkce

$$\varphi(x) = A \cdot x \cdot \exp(-m\omega_0 x^2/2\hbar)$$

kde A je konstanta, přísluší stacionárnímu stavu harmonického oscilátoru s energií ( $\omega_0$  je kruhová frekvence harmonického oscilátoru)

$$3\hbar\omega_0/2,$$

$$\hbar\omega_0,$$

$$0,$$

$$2\hbar\omega_0,$$

$$\hbar\omega_0/2.$$

9. Který jev bezprostředně prokazuje existenci hybnosti fotonu?

Zeemanův jev,

Fotoelektrický jev,

žádný z uvedených jevů,

Starkův jev.

Comptonův jev,

10. Pro ideální klasický plyn tvořený  $N$  jednoatomovými molekulami platí všechna uvedená tvrzení vyjma jednoho

$$\text{Střední kvadratická rychlost molekuly je } \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{3kT/m},$$

Rozdělení pravděpodobnosti pro energii molekuly je

$$P(\varepsilon)d\varepsilon = 2\pi \left( \frac{1}{\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \varepsilon^{1/2} \exp(-\varepsilon/kT)d\varepsilon \quad \text{kde} \quad \varepsilon = \frac{1}{2}mv^2,$$

$$\text{Nejpravděpodobnější hodnota velikostí rychlosti je } v_1 = \sqrt{3kT/m},$$

$$\text{Střední kvadratická fluktuace energie jedné molekuly je } \sqrt{\langle (\varepsilon - \langle \varepsilon \rangle)^2 \rangle} = \sqrt{(3/2) \cdot kT},$$

Rozdělení pravděpodobnosti pro velikost rychlosti molekuly je

$$P(v)dv = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp(-mv^2/2kT)dv.$$

11. Pro tepelnou kapacitu  $C_v$  plynu tvořeného  $N$  dvouatomovými molekulami platí, že

$$C_v = \frac{5}{2}Nk \text{ pro teploty } T \gg h\omega_0/k,$$

$$C_v = \frac{7}{2}Nk \text{ pro všechny teploty,}$$

$$C_v = \frac{7}{2}Nk \text{ pro teploty } T \gg h\omega_0/k, \quad \text{kde } \omega_0 \text{ je frekvence kmitů molekuly,}$$

$$C_v = \frac{5}{2}Nk \text{ pro všechny teploty,}$$

$$C_v = \frac{3}{2}Nk \text{ pro všechny teploty.}$$

- 12.** Uvažujme dvě fyzikální veličiny  $A$  a  $B$ . Za jakých podmínek lze současně přesně určit hodnotu obou veličin.

Vždy,

Pokud vlastní hodnoty obou operátorů  $A$  a  $B$  jsou nedegenerované,

Pokud operátor  $A$  komutuje s hamiltoniánem systému,

Pokud operátor  $B$  komutuje s hamiltoniánem systému,

Pokud operátory  $A$  a  $B$  komutují.

- 13.** V Einsteinově modelu je kmitající krystalová mřížka reprezentována  $N$  nezávislými kvantovými harmonickými oscilátory stejné frekvence  $\omega$ .

Volná energie kmitajícího krystalu v Einsteinově modelu je rovna

$$\begin{aligned} F &= -NkT \ln[\exp(\hbar\omega/kT) - 1] + N\hbar\omega/2, & F &= NkT \ln[1 - \exp(-\hbar\omega/kT)] + N\hbar\omega/2, \\ F &= -NkT \ln[1 - \exp(-\hbar\omega/kT)] + N\hbar\omega/2, & F &= -NkT \ln[1 + \exp(-\hbar\omega/kT)] + N\hbar\omega/2, \\ F &= NkT \ln[\exp(\hbar\omega/kT) + 1] + N\hbar\omega/2. \end{aligned}$$

- 14.** Tepelný stroj přijímá teplo při teplotě  $727^\circ\text{C}$  a vydává teplo při teplotě  $527^\circ\text{C}$ . Pokud stroj pracuje s nejvyšší možnou účinností, potom přijme-li teplo  $2000\text{ J}$ , vykoná práci

$$400\text{ J}, \quad 1450\text{ J}, \quad 2760\text{ J}, \quad 1600\text{ J}, \quad 2000\text{ J}.$$

- 15.** Je-li Fermiho teplota plynu elektronů v silně legovaném polovodiči ( $n \cong 10^{19}\text{cm}^{-3}$ ) řádově rovna  $10^2\text{ K}$ , potom teplota degenerace v kapalném heliu  $He^4$  ( $n \cong 10^{22}\text{cm}^{-3}$ ) je řádově rovna

$$\begin{aligned} &10^0\text{ K}, & &10^{-2}\text{ K}, \\ &10^4\text{ K}, & &\text{Není rovna žádné} \\ &\text{z uvedených hodnot} & & \\ &10^2\text{ K}. & & \end{aligned}$$

- 16.** Pro chemický potenciál  $\mu$  plynu volných elektronů neplatí jedno z níže uvedených tvrzení.

$$\frac{\mu}{T} = - \left( \frac{\partial S}{\partial N} \right)_{U,V} \quad \text{kde } S \text{ je entropie, } T \text{ je absolutní teplota, } U \text{ je vnitřní energie a } V \text{ je objem plynu elektronů,}$$

Gibbsův potenciál  $G = N\mu$ , kde  $N$  je počet elektronů v systému,

$\mu$  nezávisí na teplotě,

$\mu$  závisí na koncentraci elektronů,

Pravděpodobnost obsazení hladiny o energii rovné  $\mu$  je rovna 0. 5.

- 17.** Černé těleso zahřáté na teplotu  $300\text{ K}$  vyzařuje maximum energie na vlnové délce  $1,6 \cdot 10^{-5}\text{ m}$ . Černé těleso zahřáté na teplotu  $600\text{ K}$  vyzařuje maximálně na vlnové délce

$$3,2 \cdot 10^{-5} \text{ m},$$

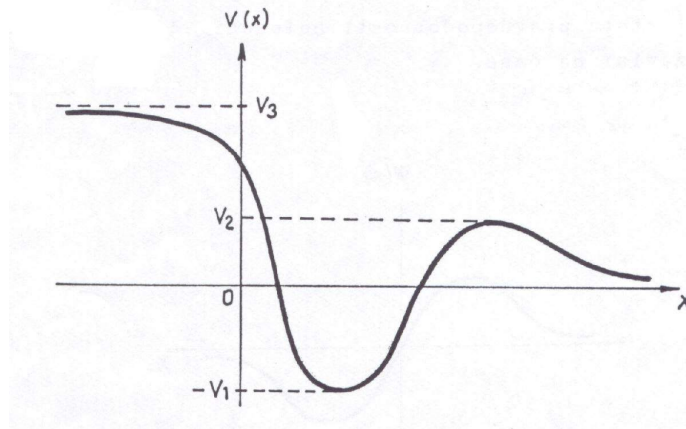
$$4,0 \cdot 10^{-6} \text{ m},$$

$$4,0 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$1,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}.$$

$$0,8 \cdot 10^{-5} \text{ m},$$

18.  $E$  je energie kvantové částice nacházející se v potenciálovém poli na obrázku 1. Potom neplatí, že



Obr. 1.

je-li  $-V_1 < E < 0$ ,  $E$  nabývá jen diskrétních hodnot, přičemž každá z nich je dvojnásobně degenerovaná,

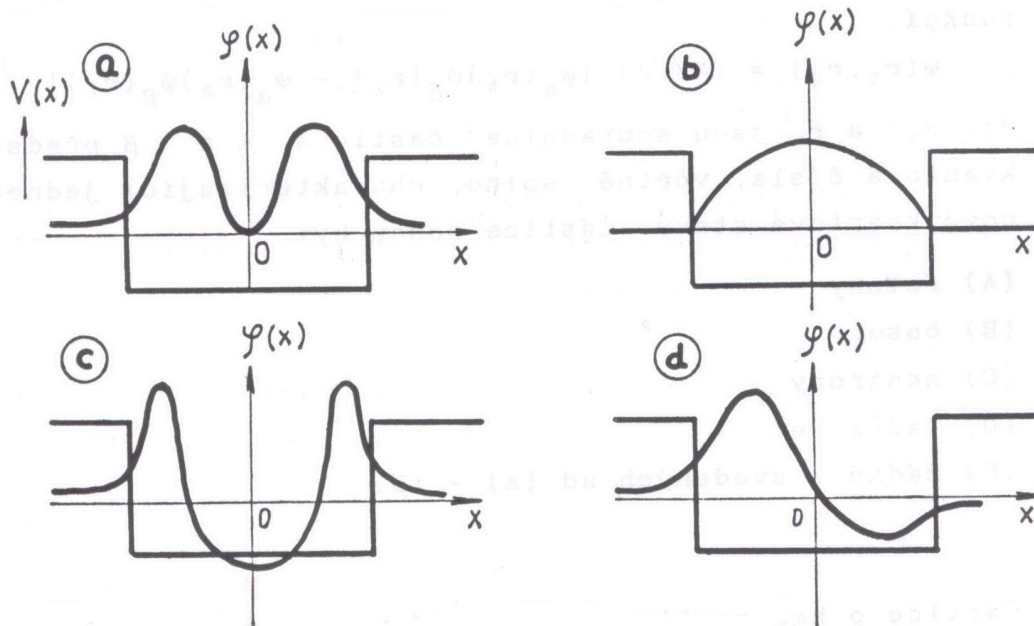
je-li  $0 < E < V_3$ ,  $E$  je spojitě a nedegenerované,

je-li  $0 < E$ ,  $E$  je spojitě,

je-li  $E > V_3$ , je energiové spektrum spojitě a dvojnásobně degenerované,

je-li  $-V_1 < E < V_3$ , energiové spektrum je nedegenerované.

19. Na kterém obrázku (obr. 2) je zobrazena vlnová funkce některého z vázaných stacionárních stavů částice v jednorozměrné pravoúhlé symetrické potenciálové jámě konečné hloubky?



Obr. 2.

na obrázku a,  
na obrázku d,

na obrázku c,  
na žádném z obrázků a–d.

na obrázku b,

20. V Einsteinově modelu je kmitající krystalová mřížka reprezentována  $N$  nezávislými kvantovými harmonickými oscilátory stejné frekvence  $\omega$ .

Statistická suma kmitajícího krystalu v Einsteinově modelu je při teplotě  $T$  blízké absolutní nule rovna

$$\begin{aligned} Z &= N(kT/\hbar\omega), & Z &= \left( \frac{\exp(-\hbar\omega/2kT)}{1 - \exp(-\hbar\omega/kT)} \right)^N, \\ Z &= \frac{N}{1 - \exp(-\hbar\omega/kT)}, & Z &= \frac{N \exp(\hbar\omega/2kT)}{\exp(\hbar\omega/kT) - 1}, \\ Z &= (kT/\hbar\omega)^N. \end{aligned}$$

21. Částice uzavřená v jednorozměrné pravoúhlé nekonečně hluboké potenciálové jámě se stěnami v bodech  $x = 0$  a  $x = L$  se v čase  $t = 0$  nachází ve stavu

$$\psi(x, t = 0) = \sqrt{(1/L)} \cdot [\sin(2\pi x/L) + \sin(4\pi x/L)]$$

Potom v čase  $t > 0$  platí

Energie částice je  $8\pi^2\hbar^2/mL^2$ ,

Energie částice je  $10\pi^2\hbar^2/mL^2$ ,

Pravděpodobnost naměření energie  $8\pi^2\hbar^2/mL^2$  je 0,5,

Energie částice je  $2\pi^2\hbar^2/mL^2$ ,

Pravděpodobnost naměření energie je periodickou funkcí času.

22.  $a^+$  ( $a$ ) je kreační (anihilační) operátor a  $|n\rangle, |m\rangle$  jsou stavové vektory harmonického oscilátoru v reprezentaci obsazovacích čísel. Potom jedno z následujících tvrzení neplatí.

$$\langle n | a^+ | m \rangle = \sqrt{(n)} \cdot \delta_{n,m+1}$$

,

$$\langle n | aa^+ | m \rangle = (n+1) \cdot \delta_{nm}$$

,

$$\langle n | a | m \rangle = \sqrt{(n+1)} \cdot \delta_{n,m-1}$$

,

$$\langle n | (a^+)^2 | m \rangle = \sqrt{n(n+1)} \cdot \delta_{n,m+2}$$

,

$$\langle n | a^2 | m \rangle = \sqrt{(n+1)(n+2)} \cdot \delta_{n,m-2}$$

.

23. Kvantování z-tové komponenty orbitálního momentu hybnosti plyne z požadavku, aby vlastní funkce  $\varphi(\phi)$  operátoru  $\mathbb{L}_z$  byla

reálná,

periodická s periodou  $2\pi$ ,

všude spojitá,

normovaná.

omezená,

24. Skutečnost, že chemický potenciál fotonového plynu je nulový, souvisí se všemi následujícími tvrzeními vyjma jednoho.

$$F = -pV \quad (p \text{ je tlak a } V \text{ je objem fotonového plynu),$$

$F = \Omega$  ( $F$  je volná energie a  $\Omega$  je velký kanonický potenciál fotonového plynu),

Počet fotonů je závislý na teplotě,

$G = 0$  ( $G$  je Gibbsův potenciál fotonového plynu),

Hustota stavů  $D(\omega)$  je kvadratickou funkcí frekvence  $\omega$  fotonu.

**25.** Planckův vyzařovací zákon se odvozuje za předpokladu, že

elektromagnetické záření je emitováno po kvantech o energii  $E = h\nu$ , kde  $\nu$  je frekvence záření,

hybnost fotonu je rovna  $h\vec{k}$ , kde  $\vec{k}$  je vlnový vektor rovinné elektromagnetické vlny,

elektromagnetické vlny jsou příčně polarizované,

energie fotonu při teplotě  $T$  je rovna  $\frac{3}{2}kT$ ,

světlo se chová jako vlna.

**26.** Je-li  $\hat{A}$  hermitovský operátor, potom platí jedno z tvrzení.

Střední hodnota operátoru  $\hat{A}$  je reálná,

Spektrum operátoru  $\hat{A}$  nemůže být diskrétní,

Vlastní hodnoty operátoru  $\hat{A}$  jsou vždy nedegenerované,

Operátor  $\hat{A}$  je unitární,

žádné z tvrzení neplatí.

**27.** Měrná tepelná kapacita  $c_v$  plynu volných elektronů v kovu je při pokojové teplotě řádově mnohem menší než  $3/2nk$ , kde  $n$  je koncentrace elektronů. Co je nejlepším vysvětlením pro tuto skutečnost?

Vlnové projevy elektronů,

Degenerace energiových hladin,

Heisenbergova relace neurčitosti pro hybnost a souřadnici,

Kvantování energie elektronů v kovu,

Pauliho princip.

**28.** Mikročástice v potenciálovém poli  $V(x) = \alpha x^4$ , kde  $\alpha > 0$  se nachází ve stavu  $\psi(x, t)$ , který je superpozicí dvou sousedních stacionárních stavů  $\psi_n(x, t)$  a  $\psi_{n+1}(x, t)$  s energiemi  $E_n < E_{n+1}$ . Potom jedno z uvedených tvrzení neplatí.

Je-li  $\psi_n(x, t)$  sudá funkce v  $x$ , potom  $\psi_{n+1}(x, t)$  je lichá funkce v  $x$ ,

$\psi_n(0, t) \cdot \psi_{n+1}(0, t) = 0$ ,

Hustota pravděpodobnosti nalezení částice je sudá funkce v  $x$ ,

Hustota pravděpodobnosti nalezení částice v bodě  $x$  je periodickou funkcí času s periodou  $2\pi\hbar(E_{n+1} - E_n)$ ,

$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x, t)\psi(x, t)dx$  není funkcí času.

- 29.** Teplo  $Q_{izobar}$  dodané termodynamickému systému s neměnným počtem částic při izobarické expanzi (při tlaku  $p$ ) ze stavu 1 do stavu 2 je rovno

$$\begin{array}{l} F_2 - F_1 \\ (F \text{ je volná energie}) \end{array}, \quad \begin{array}{l} H_2 - H_1 \\ (H \text{ je entalpie}) \end{array}, \\ \begin{array}{l} U_2 - U_1 \\ (U \text{ je vnitřní energie}) \end{array}, \quad \begin{array}{l} T(S_2 - S_1) \\ (S \text{ je entropie}) \end{array}, \\ \begin{array}{l} G_2 - G_1 \\ (G \text{ je Gibbsův potenciál}) \end{array}.$$

- 30.** Energie vyzařovaná černým tělesem je po dobu jedné minuty užita pro ohřev vody. Přitom teplota vody vzroste z  $20,0^\circ\text{C}$  na  $20,5^\circ\text{C}$ . Pokud se absolutní teplota černého tělesa zvýší dvakrát a experiment se opakuje, potom za jednu minutu teplota vody vzroste z  $20,0^\circ\text{C}$  na teplotu

$$24^\circ\text{C}, \quad 21^\circ\text{C}, \quad 36^\circ\text{C}, \quad 28^\circ\text{C}, \quad 100^\circ\text{C}.$$

- 31.** Částice je ve stavu popsaném vlnovou funkcí  $\psi$ . Jestliže  $\varphi_n$  je vlastní funkce operátoru  $\hat{A}$  příslušející nedegenerované vlastní hodnotě  $a_n$ , potom integrováním výrazu  $\varphi_n^*\psi$  přes celý objem můžeme dostat

neurčitost veličiny  $A$ ,

nic, co je uvedené v bodech,

pravděpodobnost, že při měření veličiny  $A$  naměříme hodnotu  $a_n$ ,

časovou derivaci veličiny  $A$ ,

hustotu pravděpodobnosti nalezení částice v bodě  $x$ .

- 32.** Pro systém s konstantním počtem částic je objem roven

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P, \quad \left(\frac{\partial F}{\partial P}\right)_T, \quad \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T, \quad -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V, \quad \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_U.$$

- 33.** Vztah pro prahovou vlnovou délku brzděného rentgenova záření  $\lambda_{min} = ch/eV$  ( $V$  je napětí mezi katodou a anodou) se odvozuje za předpokladu, že

světlo je absorbováno a emitováno po kvantech o energii  $E = h\nu$ , kde  $\nu$  je frekvence světla,

moment hybnosti elektronů ve stacionárních stavech je roven celému násobku  $\hbar$ ,

energie elektronů v kovu je kvantována,

světlo se chová jako vlna,

elektronu odpovídá vlna o vlnové délce  $\lambda = h/p$ , kde  $p$  je hybnost elektronu.

- 34.** Pro systém s konstantním počtem částic je absolutní teplota

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_V, \quad \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S, \quad \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_V, \quad \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_V.$$

35. Pro vlastní funkce  $\varphi_{nlm}(r, \phi, \theta) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\phi, \theta)$  hamiltoniánu bezspinové částice ve sféricky symetrickém

$$\text{potenciálovém poli} \quad V(r) = \begin{cases} 0 & r < R \\ \infty & r > R \end{cases} \quad \text{platí, že}$$

$4\pi r^2 |R_{nl}(r)|^2$  určuje hustotu pravděpodobnosti nalezení částice ve vzdálenosti  $r$  od centra,

$\varphi_{nlm}(r, \phi, \theta)$  jsou vlastní funkce operátoru kinetické energie,

$$\ell = 0, 1/2, 1, 3/2, 2, \dots,$$

radiální části vlnové funkce  $R_{nl}(r)$  jsou dány sférickými Besselovými funkcemi,

$$\mathbb{L}^2 \varphi_{nlm} = \hbar^2 m \varphi_{nlm}, \text{ kde } \mathbb{L}^2 \text{ je operátor čtverce momentu hybnosti.}$$

36. Které z následujících tvrzení pro velkou statistickou sumu  $\Xi$  neplatí?

$$\Omega = -kT \ln \Xi \quad (\Omega \text{ je velký kanonický potenciál}) \quad ,$$

$$\langle N \rangle = kT \frac{\partial \ln \Xi}{\partial \mu} \quad (\langle N \rangle \text{ je střední počet částic a } \mu \text{ je chemický potenciál}) \quad ,$$

$$kT \ln \Xi = pV \quad (T \text{ je teplota, } p \text{ je tlak a } V \text{ je objem plynu}) \quad ,$$

$$G = -kT \ln \Xi \quad (G \text{ je volná energie}) \quad ,$$

$$\Xi = \exp(-\Omega/kT).$$

37. Mikročástice v potenciálové jámě  $V(x) \neq \text{konst.}$  je ve stacionárním stavu popsáném vlnovou funkcí  $\psi(x, t)$ . Potom jedno z následujících tvrzení není správné.

Hustota pravděpodobnosti nalezení částice v bodě  $x$  nezávisí na čase,

$\langle \mathbb{P}_x \rangle$  závisí na čase ( $\langle \mathbb{P}_x \rangle$  je střední hodnota  $x$ -ové komponenty hybnosti),

Energie částice má ostrou hodnotu,

$x$ -ová komponenta hybnosti částice nemá ostrou hodnotu,

Pravděpodobnost naměření určité hodnoty  $p_x$   $x$ -ové komponenty hybnosti nezávisí na čase.

38. Systém v tepelné rovnováze při teplotě  $T$  sestává z velkého počtu  $N_0$  ekvivalentních podsystémů, z nichž každý může být buď ve stavu s energií  $E_1$ , nebo ve stavu s energií  $E_2$ , přičemž  $E_2 - E_1 = \varepsilon > 0$ .

Průměrný počet podsystémů, které jsou ve stavu s energií  $E_1$ , je

$$\begin{array}{lll} N_0 \exp(-\varepsilon/KT), & N_0/[1 + \exp(-\varepsilon/KT)], & N_0/[1 - \exp(\varepsilon/KT)], \\ N_0/2, & (N_0/2) \cdot \exp(-\varepsilon/KT). & \end{array}$$

39. Skutečnost, že nejnižší energiová hladina vodíkového atomu se v magnetickém poli štěpí v dublet, lze vysvětlit, vezmeme-li v úvahu

Pauliho vylučovací princip,

Fermiho-Diracovo rozdělení,

kvantování orbitálního momentu hybnosti,

hypotézu, že elektron má vlastní magnetický moment,

vlnové vlastnosti elektronu.

**40.** Uvažujte dvoudimenzionální plyn volných elektronů, kdy

$$E(k) = \hbar^2 k^2 / 2M, \quad k = (2\pi/L)(n_x, n_y), \quad n_i \in \mathcal{Z}$$

Hustota stavů (koeficient  $\alpha_j$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$ , nezávisí na energii)

není dána žádným z výrazů,  
 $\mathcal{D}(E) = \alpha_2 E^2$ ,

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(E) &= \alpha_4, \\ \mathcal{D}(E) &= \alpha_1 E^{1/2}. \end{aligned}$$

$$\mathcal{D}(E) = \alpha_3 E^{-1/2},$$